

## Rezension zum Buch *Stochastik rezeptfrei unterrichten* von Norbert Henze, Kai Müller und Judith Schilling, Springer Spektrum 2021

JOACHIM ENGEL, LUDWIGSBURG

Kritik am aktuellen gymnasialen Stochastikunterricht ist in vielerlei Munde: Auf den ersten Blick werden in der Kursstufe zwar anspruchsvolle Themen behandelt, bei genauerem Hinsehen ist die Praxis jedoch allzu oft geprägt von einer Reduktion auf rein prozedurales Anwenden von Verfahren, einer Rezeptorientierung, verbunden mit einem eher fragwürdigen Anwendungsbezug. Beklagt wird ein Mangel an Begründungen und begrifflichem Verstehen – Kernelemente mathematischen Handelns und Denkens.

Weg von einem Stochastikunterricht des Eintrainierens von Rechenverfahren, hin zu erhellendem Verständnis, motiviert durch überraschende Aha-Erlebnisse und der Vermittlung stochastischer Denkweisen: Das ist die Intention des vorliegenden Buches, dessen Erstautor als Fachstochastiker des Karlsruher Instituts für Technologie sich leidenschaftlich für gute Lehre an Gymnasium und Hochschule einsetzt und der den regelmäßigen Lesern unserer Zeitschrift bestens bekannt ist. In Zusammenarbeit mit einem Vertreter des Lehrerseminars Heidelberg und einer in der Lehre engagierten wissenschaftlichen Mitarbeiterin der TU Darmstadt ist dieses Praxisbuch entstanden. Es wirkt gezielt und entschieden dem Trend des allzuoft unverstandenen Abarbeitens von Rechenverfahren entgegen und will Lust auf Stochastik machen.

Jede mathematische Teildisziplin, ob Geometrie, Algebra oder Infinitesimalrechnung, hat ihre eigene spezifische Denkweise. Stochastisches Denken verkörpert einen besonderen Denkansatz, an dem sich vielleicht noch mehr als in anderen mathematischen Teilgebieten die schulischen Geister scheiden. Manche Schülerin und mancher Schüler findet schwerlich einen Zugang zur Stochastik, während andere (und das müssen nicht die Besten in Geometrie oder Algebra sein) in Stochastik richtig aufblühen. Nicht selten treten in Stochastik zunächst der Intuition widersprechende Denkweisen auf, die sich doch im Nachhinein nach Veränderung des Blickwinkels als erhellend erweisen. Für einen lebendigen und motivierenden Unterricht gilt es, diese Überraschungen und Aha-Effekte zu nutzen, weil sie das Potenzial der Begeisterung für Stochastik in sich tragen. Das vorliegende Buch liefert hierzu konkrete unterrichtspraktische Anregungen und umfassende fachliche Erklärungen für angehende und ausgebildete Lehrkräfte und bie-

tet tragfähige Ideen für motivierenden Unterricht in Schule und Lehrerbildung.

Der Kern des Buches besteht aus einer Ansammlung von fachlich und didaktisch vorbildlich aufgearbeiteten Beispielen. Die ersten sieben Probleme handeln von Situationen, die konkret erfasst und handlungsorientiert nachgespielt werden können. Ob nun Experimente mit dem blinden Verknoten von Schnüren, einem verwirrten Passagier, die Konstruktion eines fairen Glücksrades mit unterschiedlichen Sektoren, Rekorde bei Temperaturdaten, Warten auf das erste Bingo bzw. die letzte Sechs beim Würfeln oder Untersuchungen am Polyaschen Urnenmodell: Stets steht ein konkretes Problem im Vordergrund, das zum Denken anregt und Freude beim Finden der Lösung vermittelt. Diese ausführlich behandelten Beispiele vermitteln einen Eindruck der Besonderheiten und der Eleganz stochastischen Denkens, z. B. wenn beim Problem des *verwirrten Passagiers* der prozedurale Ansatz über Baumdiagramme sich in unüberschaubare Darstellungen verirrt, während mit Hilfe cleverer Symmetrieüberlegungen und Bezug zum einfachen Münzwurf (und als der „Urform des stochastischen Experiments“) die offensichtliche Lösung ins Auge fällt.

Mit seinen das Denken provozierenden Beispielen erinnert mich das Buch an einen alten Klassiker von 1956: *Fifty Challenging Problems in Probability with Solutions*, verfasst von Frederick Mosteller. Zugleich bietet das vorliegende Buch weitaus mehr als eine Sammlung von Beispielen. Es bietet konkrete unterrichtsbezogene Orientierungen, didaktisch-methodische Empfehlungen und fach-mathematische Vertiefungen, die auch im animierten Videoformat verfügbar gemacht sind.

Jedes Beispiel beginnt mit einer konkret definierten Problemfrage. Die am Anfang stehenden Tabellen vermitteln einen Überblick über wichtige Eckdaten, wie etwa zur Klassenstufe, zu den Voraussetzungen, zum zeitlichen Umfang und zur Idee der Unterrichtseinheit. Der mathematische Kern wird zunächst auf einem Niveau erörtert, der (im Fall der ersten sieben Beispiele) Schülerinnen und Schüler schon ab Klasse 9 oder 10 zugänglich gemacht werden kann. Die Lehrkraft sowie wache Schüler sollten aber tiefer dringen. Daher folgt ein Unterkapitel „mathematische Tiefbohrungen“, in dem die der Problemlösung

zugrunde liegende Mathematik präzise erläutert und mit weiteren Ausführungen, Ergänzungen und Verallgemeinerungen erweitert wird. Dabei treten an vielen Stellen innermathematische Querverbindungen zu Tage, die im Unterricht eine hervorragende Chance zur Vernetzung von Wissen bieten. Mathematik ist eine hochgradig kumulative Wissenschaft, und Unterricht sollte keine Gelegenheit auslassen, auf Zusammenhänge hinzuweisen, wenn zum Beispiel beim zufälligen Verknoten von  $n$  Schnüren im Grenzfall die Kreiszahl  $\pi$  auftaucht. Die hier auf Wallis zurückgehende Produktdarstellung von  $\pi$  wird nicht nur behauptet, sondern im Anhang sowie im begleitenden Video einsichtig und nachvollziehbar begründet. Beim Problem des fairen Glücksrades sind Nullstellen von Polynomen, zunächst 2., dann auch 3. und 4. Grades zu finden, bis man schließlich auf den goldenen Schnitt bei der Herleitung einer Bedingung für Fairness stößt.

Mit tiefen mathematischen Einsichten alleine lässt sich noch kein guter Unterricht machen. Das auf „mathematische Tiefbohrungen“ folgende Unterkapitel gibt konkrete Hilfen zur Umsetzung im Unterricht, inklusive Anregungen das vorgestellte Problem zunächst handlungsorientiert (im Sinne des didaktischen Designprinzips von *embodiment*) physisch durchzuspielen und zu „begreifen“.

Der Bogen von Problemaufriss („Mathematischer Kern“), Vertiefungen („Mathematische Tiefbohrung“) und didaktisch-methodischer Erläuterung („Umsetzung im Unterricht“) wird ergänzt durch weitere Informationen („Randbemerkungen“) zur praktischen Umsetzung vorgestellter Zufallsvorgänge oder durch Hinweise auf historische Zusammenhänge. Abgeschlossen werden die Kapitel durch „rezeptfreies Material“ in Form von Links zu Videos sowie durch weiterführende Aufgaben für Schülerinnen und Schüler. Lösungsvorschläge zu den Aufgaben sind im Anhang zu finden.

Im Anschluss an diese sieben konkreten Vorschläge für den Stochastikunterricht gibt es vier weitere

Kapitel mit spannenden und herausfordernden Fragestellungen, die gewiss eher besonders interessierte Schülerinnen und Schüler sowie deren Lehrkräfte ansprechen. Hier geht es um Muster in Bernoulli-Ketten und Überraschungen bei einem Wartezeitproblem, bei dem „*die zweite Kugel [...] Wunder*“ bewirkt.

Auch ein an Denken und Argumentieren ausgerichtetes Bearbeiten von stochastischen Problemen setzt Basiswissen aus Stochastik und Kombinatorik voraus. Die in Abschnitt 1.2 und 1.3. zusammengestellten Grundlagen fassen das fachliche Fundament für den schulischen Stochastikunterricht zusammen. Je nach Vorkenntnissen wird die interessierte Leserin dankbar auf dieses Teilkapitel zurückgreifen. Gleiches gilt für die wohl noch etwas weiter gefasste fachliche Vertiefung in Anhang A. Hier werden neben technischen Hilfsmitteln wie einfache Reihen auch tiefere Einsichten z. B. zur Produktdarstellung der Kreiszahl  $\pi$ , den Stirling-Zahlen und erzeugenden Funktionen sowie zum Erwartungswert vermittelt. In Anhang B finden sich Lösungsvorschläge zu allen Aufgaben, und Anhang C enthält ein Verzeichnis aller zu diesem Buch produzierten Videos mit Links auf das digitale Video- und Audioarchiv (DIVA) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Fazit: In diesem Praxishandbuch geht es vornehmlich um Modellieren, Problemlösen und Begründen. Es bietet wunderschöne Anregungen für angehende und ausgebildete Lehrkräfte und ist gefüllt mit tragfähigen Ideen für einen lebendigen und anregenden Unterricht in Schule und Lehrerbildung. Ich kann das Buch vielen Lesern (nicht zuletzt auch Curriculumentwicklern!) bestens empfehlen und stimme den beiden Autoren und der Autorin uneingeschränkt zu: Dieses Buch macht Lust auf Stochastik!

#### Kontakt zum Verfasser

Joachim Engel  
Institut für Mathematik und Informatik  
PH Ludwigsburg  
engel@ph-ludwigsburg.de